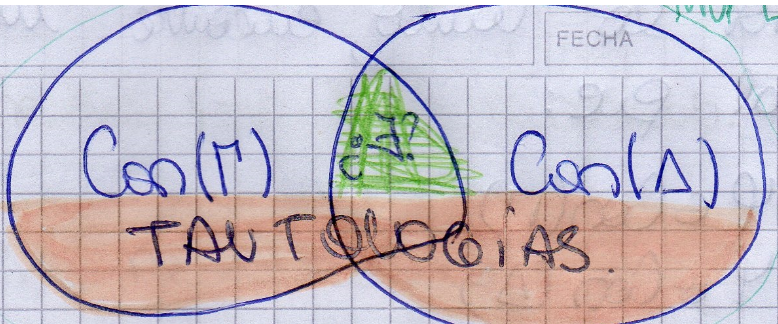
① A) VERDADERO



• Quiero ver que $\exists \varphi$ tq $\varphi \in Con(\Gamma) \cap Con(\Delta)$ y φ no es tautología.

$\Leftrightarrow$ ($\exists$ valuación ω) $\omega \not\models \varphi$
y $\varphi \in Con(\Gamma)$
y $\varphi \in Con(\Delta)$

1	2	3	4	N
A	A	-	I	A

•) Tomo $\varphi = \alpha \vee \beta$.

• Sé que $\alpha \in Con(\Gamma)$
$\Rightarrow$ ($\forall$ valuación ω) $\omega \models \Gamma \Rightarrow \omega \models \alpha$
$\Rightarrow$ [Por propiedad semántica de $\vee$: si $\omega \models \alpha \Rightarrow \omega \models \alpha \vee \theta$ $\forall \theta$]
ya que $\omega \models \alpha \vee \theta \Leftrightarrow \omega \models \alpha$ o $\omega \models \theta$ y sé que $\omega \models \alpha$
($\forall$ valuación ω) $\omega \models \Gamma \Rightarrow \omega \models \alpha \vee \beta$ ✓ MUY BIEN JUSTIFICADO

$\Rightarrow$ ($\forall$ valuación ω) $\omega \models \Gamma \Rightarrow \omega \models \varphi$ ✓

$\Rightarrow \varphi \in Con(\Gamma)$

• Análogamente, como $\beta \in Con(\Delta) \Rightarrow \varphi \in Con(\Delta)$. ✓

• Resta ver que φ no es tautología:
Sé que ($\exists$ valuación v) $v \not\models \alpha$ y $v \not\models \beta$ ✓
¿$v \not\models \alpha \vee \beta$?
Por def. semántica de $\vee$: $v \not\models \alpha \vee \beta \Leftrightarrow v \not\models \alpha$ y $v \not\models \beta$

Como $v \not\models \alpha$ y $v \not\models \beta \Rightarrow v \not\models \alpha \vee \beta \Rightarrow v \not\models \varphi$. ✓

Por lo tanto, encontré un $\varphi = \alpha \vee \beta$ tal que:

- $\varphi \in Con(\Gamma)$
- $\varphi \in Con(\Delta)$
- φ no es tautología

- Como sé que α y β existen $\Rightarrow$ existe φ. $\square$

VERDADERO. ✓

IMPECABLE DEMOSTRACIÓN

NOTA

FECHA

① B) El conjunto de conectivos $\{\to, \top, \vee\}$ es adecuado. FALSO.

Se cumple que: $v \models \top$ $\forall v$: valuación

El conjunto $\{\to, \top, \vee\}$ no es adecuado.

Dem: Intuyo por las tablas de verdad, que con los conectivos dados, no se podrá formular la función $f: \{0,1\} \to \{0,1\}$ tal que $f(1)=0$. ✓

Notar que no es un caso de interés la imagen de f en el punto 0 ($f(0)$), ya que basta con lo pedido.

• Inducción:

Quiero ver que: Toda fórmula α del lenguaje que tenga una sola variable proposicional (p) o ninguna, se cumple que: Si $v(p)=1 \Rightarrow v \models \alpha$

Casos Bases:

•) $\alpha = p$ Si $v(p)=1 \overset{\text{por def.}}{\Rightarrow} v \models p \Rightarrow v \models \alpha$ ✓ ✓

•) $\alpha = \top$ por def de $\top$: $v \models \top$ $\forall v \Rightarrow v \models \alpha$ $\forall v$ ✓

Paso Inductivo:

Sea φ una fórmula con una sola variable o ninguna:

•) $\varphi: \alpha \to \beta$ tq $Var(\alpha) \subseteq \{p\}$ ✓
$Var(\beta) \subseteq \{p\}$

Y sea v tq $v(p)=1$

Por HI vale: $v(p)=1 \Rightarrow v \models \alpha$
y $v(p)=1 \Rightarrow v \models \beta$

Vale: $v \models \alpha$ y $v \models \beta$

Qvq: $v \models \alpha \to \beta \iff v \not\models \alpha$ o $v \models \beta$

por def. semántica de la teórica.

NOTA

Como $v \models \beta \Rightarrow$ vale: $v \models \alpha \to \beta$ ✓

·) $\varphi = \alpha \vee \beta$ tq $Var(\alpha) \subseteq \{p\}$
$Var(\beta) \subseteq \{p\}$

Y sea v tq $v(p)=1$

Por (HI) vale: $v(p)=1 \Rightarrow v \models \alpha$
y $v(p)=1 \Rightarrow v \models \beta$

Vale $v \models \alpha$ y $v \models \beta$

Qvq: $v \models \alpha \vee \beta \Leftrightarrow v \models \alpha$ o $v \models \beta$
por def semántica de la teórica

Como vale $v \models \alpha$ y $v \models \beta \Rightarrow$ vale $v \models \alpha \vee \beta$ ✓

▷Como el conector $\top$ tiene aridad 0, no presenta un caso inductivo, sino un caso Base. ✓

$\Rightarrow$ Probé por inducción que la función $f:\{0,1\} \to \{0,1\}$ tal que $f(1)=0$ no se puede formar. ✓

·Y para que un conjunto de conectivos sea adecuado se necesita que se pueda formar cualquier función booleana.

·Por lo tanto, el conjunto de conectivos $\{\to, \vee, \top\}$ no es adecuado. □ ✓